APÉNDICE

Á LA MEMORIA MATEMÁTICA

SOBRE EL CÁLCULO DE LA OPINION

EN LAS ELECCIONES

POR DON JOSEPH ISIDORO MORALES,
TENIENTE DE AYO DE LOS CABALLEROS PAGES
DEL REY.

MADRID
EN LA IMPRENTA DE SANCHA.
AÑO DE 1805.

APÉNDICE

A LA MEMORIA MATEMATICA SOBRE EL CÁLCULO DE LA OPINION EN LAS ELECCIONES.

Este Apéndice no tiene por objeto satisfacer á alguna impugnacion pública. No basta que un escrito tenga por objeto exâminar una institucion antigua y muy recibida, para que sea impugnado en público. La sensacion que él puede hacer, es siempre proporcionada al interés que haya en la averiguacion; y este interés le participan pocos quando el objeto es abstracto. Así no han sido muchos, pero sí muy estimables para mí, los sugetos que me han dirigido sus reparos; y porque son de naturaleza que pueden haber ocurrido á muchos, ha sido precisa una respuesta, para no dexar en dudas un punto en que hay lugar á la evidencia. Voy pues á satisfacer á algunas objeciones que se me han hecho por algunos sabios nacionales y extrangeros, contra la exâctitud del método de elegir, que adoptó en sus primeros Estatutos ú Ordenanzas el Instituto Nacional de Francia, y que ha sido asunto de la *Memoria matemática* que he publicado en la Imprenta Real el año 1797.

Es muy raro y notable que todos hayan conspirado en una sola objecion; y esto es ya un indicio de que el método pro-

puesto no es susceptible mas que de una sola dificultad : satisfecha esta, caen todas las demas que se apoyan en la primera. Confieso con ingenuidad que tengo confianza de satisfacerla ; y no anticiparia esta prevencion, si el analisis no me hubiera demostrado, tiempo ha, una verdad, cuya evidencia espero han de reconocer tambien mis lectores. Pero es tan delicada la discusion en que vamos á entrar, que para su tranquílo exâmen conviene apartar del juicio del lector toda prevencion, y dexarle hacer justicia sin entrarla pidiendo. Muchos son en esta materia los que pueden pronunciarla ; pero por muchos mas que fuesen, no me dirijo ahora á otros jueces de lo que diga en apoyo del método de elegir, que á los sugetos mismos que me han hecho los reparos : sugetos para mí de tanto aprecio, que no les estoy menos reconocido por la parte en que me han impugnado, que por los elogios con que han honrado mi Memoria.

"Esta es (dice uno de ellos, tan estimable por su literatura, como digno de un distinguido lugar entre los Geómetras españoles) uno de los escritos mas originales é interesantes que „ se han publicado en mucho tiempo. Estos son, á mi parecer, „ los únicos á que es conveniente hacer algunos reparos, aun„ que sean de poca consideracion. Aseguro de buena fé que por „ mas vueltas que he dado á la Memoria no he encontrado en „ ella mas que una sola cosa que tildar ; y se reduce á que (á „ mi entender) atribuye el autor al nuevo método una exâcti„ tud y precision á que no alcanza".

Otro Geómetra extrangero me ha hecho la honra de dirigirme sus objeciones y reparos, con aquella finura y delicadeza que á veces dexan á uno mas obligado que los mismos elogios. Dice, hablando de mi Memoria : " J'y ai admiré sur tout „ l'esprit mathématique dans sa perfection, accompagné de tou„ te la clarté dont l'objet est susceptible ; ainsi que la double

„ méthode analytique et sintétique, dont l'art et la combinai-
„ son y sont pousseés au suprême degré. Après avoir rendu
„ cet hommage au talent superieur de Mr. Morales, et avoir
„ declaré avec autant de plaisir que de justice, que la métho-
„ de d'élection de l'Institut National de France ne pouvait avoir
„ un plus habile defenseur, je me permetrai quelques objections
„ avec le respect que je dois aux talens." Y concluye: "Nous
„ finirons ces trop longues réflexions en reconnoissant que les
„ defauts sont dans la méthode de l'Institut National, et non
„ dans la defense qu'en a fait Mr. Morales, qui est telle qu'elle
„ aurait rectifié son objet, s'il en avait eté susceptible" *.

* Réflexions sur le calcul de l'opinion adresseés à Mr. Morales, par le cit. S. attaché à l'instruction publique.

Tambien los sabios Méchain, y Levêque en cartas que me dirigieron de Paris en 6 y 12 de Enero de 1801, despues de encarecer el interés con que habian visto la aplicacion del analisis á las qüestiones propuestas en la Memoria, añaden que el Ciudadano Bordà la traducia para informar de ella al Instituto. *Votre excellent Mémoire analitique* (dice Méchain) *sur le mode des élections, présenté a l'Institut en 1798, y a eté reçu, et on en a rendu compte d'une maniere trop distinguée, pour que je n'en eusses pas eu connoissance.* Levêque añade por su parte: *Je serai charmé que nous ayons quelque occasion de nous entretenir ensemble sur cette matiére curieuse et importante.*

El informe al Instituto fué hecho por el Ciudadano A. E. Gibelin en principios del año 1798; y se puede ver un extracto en la *Década Filosofica* N. 14. año VI. (del 8 de Febrero de 1798.) Los redactores se explican del modo siguiente: " Le Cit. Gibelin a fait un autre rapport, en
„ son nom, sur un Mémoire espagnol, dont l'objet est de démontrer que le mo-
„ de d'élection adopté par l'Institut National de France, et découvert par le
„ Cit. Bordà, membre de la Section de Mathématiques, est le seul confor-
„ me à la raison et à la justice. L'auteur du Mémoire Don Joseph Isidore
„ Morales, appuie son opinion de calculs trés précis, dans les quels le temps
„ ne nous permet pas de le suivre." En seguida se remiten los redactores al *informe* de la Memoria, hecho por Gibelin en el Instituto, en cuyo informe se da razon de todos los cálculos de la Memoria, y de sus resultados. Co-

Verdaderamente que aun quando yo no acertase á satisfacer los reparos destos sugetos, siempre me harian mucho honor sus censuras: con las quales no debo confundir las de otros, cuyas críticas llenas de gravedad y de misterio, dan por otra parte á conocer que son de todo punto extrangeros en analisis. Con estos nada tengo que hacer en este Apéndice que escribo para satisfacer á los geómetras; así como en la Memoria debí acomodarme á un lenguage que fuese entendido de todos, en quanto al principio que sirve de base al nuevo método.

Acercandonos pues á la exposicion de los reparos que se trata de satisfacer, veo que ninguno se dirige contra los cálculos hechos en la Memoria: nadie hay que no haya reconocido su exâctitud, y la verdad y evidencia de sus resultados. Pero estos resultados, dicen, tendrán solo una verdad hipotética, si el *principio* de donde se ha deducido el tal método de elegir, no goza de una verdad rigorosa.

¿De dónde se ha deducido este método? ¿En qué consideracion

mo deste informe se halla un extracto en la citada Década, pondré aquí solo la conclusion de él. Dice así Gibelin: " L'auteur ne manque pas de remarquer et de prouver que les vérités qu'il démontre sont indépendantes „ et du nombre des électeurs, et de celui des candidats. Il exâmine si la „ mauvaise volonté, si la cabale ne peuvent pas forcer une élection avec „ autant ou plus de facilité dans la méthode de l'Institut, que dans les mé„ thodes ordinaires. Les résultats des discussions très étendues qu'il fait sur „ ces objets, prouvent encore victorieusement en faveur de la nôtre. Si al „ cabale domine, la raison est subjuguée, la meilleure logique devient nu„ lle; aucune méthode d'élection ne peut obvier à celà. Mais si la cabale est „ faible, elle triomphera dans les méthodes ordinaires, elle échouerà dans „ celle qu'emploie l'Institut. En fin, la Classe des Sciences morales et poli„ tiques ne manquerà pas sans doute de remarquer ce qu'un pareil mémoi„ re, fait par un étranger, parait avoir d'extraordinaire et de singulier. Elle „ calculerà, elle péserá l'influence qu'il peut, qu'il doit avoir sur le bonheur „ des peuples: elle jugerà s'il ne serait pas utile de le propager par l'im„ pression, après l'avoir fait traduire."

se funda? Esta es la pregunta que á qualquiera ha debido ocurrirle; y con efecto se la han hecho á sí mismos todos los que han impugnado el modo de elegir que yo no he inventado, sino que he sometido al analisis en mi Memoria, y lo he hallado por el único exâcto y justo, y como tal he contraido la obligacion de defenderlo, ó por mejor decir, de dar razon de su exâctitud. Todos se han respondido de un mismo modo á aquella pregunta. Todos han partido del principio (y suponen que lo mismo se habrá hecho al inventar el método) de que los números con que se vota, expresan la razon geométrica en que está, á juicio del elector, el mérito de un candidato á otro. Este principio es el objeto de todas las dificultades, de todas las impugnaciones. Una vez supuesto esto, han debido suceder dos cosas, y ambas han sucedido efectivamente. 1ª Que la impugnacion debe triunfar, porque se impugna realmente un absurdo, una quimera metafisica, que mas merecia desprecio que una seria impugnacion. 2ª Que hallando inexâcto el *principio* fundamental, cada uno ha inventado alguna mejora que hacerle, para acercarlo mas á la exâctitud; y no han hecho otra cosa que alejarse de ella, echando por este rumbo. En una escuela de la Corte (en la que he visto con complacencia mucho zelo y gusto en la enseñanza, y mucha emulacion en los discípulos) se propuso en el año 1803 por asunto de una Disertacion, *inventar un método mas exâcto de elegir que el del Instituto Nacional de Francia.* En dicha Disertacion, dexando intactos los cálculos de mi Memoria (á la que hicieron el profesor y el disertante todo el honor que era propio de su urbanidad) solo se trataba de darles por base un principio mas exâcto, con otra escala de números y de graduaciones, mas subdividida; y siempre insistiendo en el intento de querer expresar con ellos la razon en que está el mérito de un candidato á otro en el concepto del lector.

Es tan general esta persuasion, que uno de mis impugnadores dice : " Despues de leida la Memoria, nada admiro mas „ que la sagacidad y tino con que están sometidas al cálculo „ tantas qüestiones sobre las votaciones, que nos ofrecen en su „ solucion tan nuevos é inesperados resultados. La sencillez mis„ ma del cálculo es un mérito mas para mí : en equaciones al„ gebraicas muy sencillas están expresadas con suma claridad „ todas las condiciones de cada votacion que da motivo á una „ qüestion. ¡Qué lástima que unos resultados tan curiosos, y „ tan precisos en quanto al modo de deducirlos, esten deri„ vados de un principio tan poco exâcto, para compararse al „ rigor con que están derivados! ¿Por qué obligar y ceñir á „ los electores á un tan corto número de signos como candidatos „ haya? Yo creo remediar este inconveniente con proponer una „ escala mas extensa y subdividida, en que el elector halle „ bastante campo (esto es, bastante número de términos) con „ que expresar la razon, siempre tan variable, en que está el „ mérito de un candidato á otro. No hago esto mas que por „ suplir lo que creo falta de exâctitud al método, para que la „ Memoria me satisfaga del todo" *.

Juzgo que el lector conocerá ya qual es la objecion principal, ó mas bien la única, que se hace á este método de votar. Si el principio de donde él se deriva, fuese de una exáctitud rigorosa y analitica (como espero demostrarlo en este Apéndice) nadie ha puesto duda en las conseqüencias y resultados que se derivan, y que se pueden ver en la Memoria. Se reduce pues toda la discusion á la siguiente objecion, que nada perderá de la fuerza con que me la han hecho, por resumirla toda en pocas palabras.

" El método del Instituto Nacional obliga á enunciar la

* Réflexions sur le calcul de l'opinion.

„ la opinion que los electores tienen del mérito relativo de los „ candidatos, con un determinado número de signos, y éstos „ sujetos á cierta ley, que rarísima vez sucederá que correspondan al mérito respectivo que ellos tienen en el juicio del „ elector. Adoptar para estas calificaciones la progresion de los „ números naturales 1, 2, 3, &c. limitada á tantos términos como candidatos hay, es suponer que el mérito de estos se halla justamente en esa razon que expresan los números. Y no „ verificándose esto sino muy rara vez, todos los cálculos de „ la Memoria que estriban sobre este principio, son erróneos „ por falta de verdad en el supuesto; y solo podrán mirarse como hipotéticos y dependientes de una suposicion que casi „ nunca se verifica. Las elecciones, pues, hechas por este método, presentarán casi siempre en la práctica un resultado falso de la opinion, por ser erróneos los signos con que esta „ se ha valuado y pronunciado." A esta reflexîon puede añadirse otra, y es la conseqüencia con que se tranquilizan los escrúpulos de algunos impugnadores.

"El método pues (dicen) necesita de cierta correccion para acercarlo á los principios de rigorosa justicia. Aunque sean „ pocos los candidatos ¡quánta diferencia no cabe en su mérito „ relativo! Supongamos que pueda variar tanto como de 1 á „ 100; ensanchese, si se quiere, esta suposicion. Pero si se considera bastante, dividase este total intervalo de mérito (entre cuyos límites se supone estar el de los candidatos) en „ cien partes, cuya escala corresponda á la de los números naturales desde 1 á 100. Así cada elector podrá asignar y expresar con mas exâctitud la razon en que halla á un candidato respecto á otro. Valuada esta razon con exâctitud, todo lo demas va bien; y de un método imperfecto habremos „ hecho uno exâcto, con esta ú otra semejante correccion que „ se imagine." Otros quieren una escala indefinida de califica-

ciones, *para que la votacion* (dicen) *sea mas libre.*

Sin necesidad de exemplos que la confirmen, se puede qualquiera enterar de la fuerza de esta objecion; porque los exemplos con que me han dirigido apoyadas las objeciones, nada probarian, sino estribase toda su fuerza en la desta observacion: por eso los omito.

Tan léjos estoy de fundar el método de elegir en el principio que suponen los autores de la objecion, que lo primero que debo hacer en este escrito, es demostrar quan quimérico é injusto seria semejante modo de votar; y que el adoptar por principio de justicia, ó por base de una justa votacion, el expresar por números la razon geométrica de mérito á mérito, seria querer dar apariencias de exâctitud á un enunciado el mas vago é incierto. De consiguiente, si el método del Instituto, que fué asunto de mi Memoria, estuviese derivado desta suposicion, seria un método pueril, ilusorio y vano; y lo seria mas con las correcciones que se le pretende hacer, para acercarlo por este medio á una soñada exâctitud.

Hecho esto pasaré despues á exponer el principio de justicia de donde está derivado este método de votar, y demostraré analiticamente su exâctitud. La naturaleza de las objeciones que se me han puesto, me hace creer que estas dos cosas son las que se pueden exîgir de mí en este Apéndice.

I.

En primer lugar, si los números con que se vota en el método propuesto, fuesen dados para expresar la razon geométrica del mérito de un candidato á otro, ¿qué haria el elector para votar entre muy pocos candidatos, y á su juicio, muy desiguales en mérito? Entre tres candidatos, por exemplo, ¿qué uso podria hacer sino muy erróneo, de las tres cifras 1, 2, 3,

si tuviese que expresar una razon (sea aritmética ó geométrica) mayor que la que puede representarse con esos números? La opinion enunciada así no sería la misma que él tiene; se puede decir que no es él quien ha votado, es el método quien vota por él. La suma pues destas opiniones seria un resultado erróneo.

Este inconveniente se hace tanto mayor, quanto mas sencillo sea el caso de la eleccion. El mas sencillo de todos es el de la eleccion binaria, esto es, entre dos candidatos. Quanto mas desigual fuese el mérito dellos (es decir, quanto mas claro esté quien deba ser elegido) tanto mas se imposibilita representar con los solos números 1 y 2 la razon geométrica de mérito á mérito; y mucho mas la aritmética de uno á otro, por la corta diferencia desos dos números. Para votar, pues, con intento de expresar la razon en que está el mérito de un candidato á otro, vale mas abandonar este sistema pobrísimo, y echarse á pensar (como lo han hecho algunos) si hay alguna correccion con que evitar estos errores tan de bulto.

Lo extraño es que haya quien al ponerse á escribir sobre esto, se haya persuadido de buena fé, que el método del instituto Nacional se habia derivado de un principio tan pueril y tan falso: y que no pudiendo su invencion hacer honor al geómetra mas trivial, fuese sin embargo un pensamiento digno del sabio Bordà, y de la Academia de Ciencias de Paris, á quien lo propuso en 1781. A lo menos pudieran siquiera sospechar que un Cuerpo como el Instituto Nacional de Francia, compuesto de los mayores geómetras y sabios de Europa, no habia de adoptar por artículo expreso de sus Estatutos, y mucho menos hacer gala de una invencion tan inexâcta, si ella no tuviese un fondo de verdad geométrica, que los impugnadores debian primero indagar por medio del analisis, antes de darle un sentido tan poco científico y tan vulgar.

Como el método de votar de que hablamos, baxo el aspecto con que lo han visto sus impugnadores, no presenta sino una bagatela aritmética (que ni es exâcta ni aun ingeniosa) las correcciones con que han creido enmendarlo, son otras bagatelas como ella, y si cabe, aun mas inexâctas, y de mayores inconvenientes.

Tal es la idea de ensanchar la escala de números desde 1 á 100, para que con ellos se haga la votacion, y pueda expresarse exâctamente la razon del mérito respectivo de los candidatos. Pero qualquiera que no se dexe alucinar de las voces, ha de echar de ver que es inutil esa abundancia de signos, para expresar la razon en que está el mérito de un candidato á otro, quando la dificultad, ó mas bien la imposibilidad de usarlos con acierto, consiste en que nadie puede valuar esa relacion sino muy imperfectamente. Seamos ingenuos, y nos convenceremos desta verdad. De veinte ó treinta sugetos propuestos, bien puede un elector ir diciendo (comparándolos de dos en dos) A es mejor que B; B aventaja á C; C es preferible á D, &c. y dexarlos todos graduados por el órden mismo que resulta desta comparacion. Un enunciado que solo se atenga á esto, es el mas claro é inteligible del mundo: goza tambien de toda exâctitud lógica, porque enuncia lo mismo que se concibe, sea lo que fuere de la justicia con que se haya concebido. Tambien puede un elector adelantarse á afirmar (si él lo ha concebido así, y realmente puede conocerlo) *A es mucho mejor que B, y este excede en poco á C.* Porque entre sugetos de mérito desigual podemos muy bien conocer poca ó mucha desigualdad. Pronunciar que la conocemos, es explicarse con toda verdad y rigor lógico. Para elegir no es menester mas, ni tampoco para votar.

Pero en pasando de ahí á querer determinar en qué razon, aritmética ó geométrica, están dos sugetos en quienes conoce-

mos mérito diferente ó desigual, es olvidarse de que ya hemos conocido lo esencial para votar y aun para elegir; y correr tras de una quimera. Pretender, por exemplo, valuar y decir que C, B, y A son entre sí como 7 : 13 : 53, seria querer alucinar con la aparente exâctitud de esta enunciacion. ¿Por qué no serán como 8 : 15 : 57, ú otra cosa semejante? ¡Quan cierto es que hay personas que perdonarán á un error, por apropiarse las voces técnicas en que viene envuelto!

Así que nada sirve tener una escala de números desde 1 hasta 100 para ensanchar los límites de las calificaciones, quando aquellos no pueden ser empleados segun su institucion y oficio, esto es, como imágen y expresion de una valuacion exâcta hecha por el entendimiento.

Es verdad que comunmente decimos todos, *fulano es mejor cien veces que zutano:* pero esta es una frase del idioma, que la tienen todas las lenguas: es un *tropo* para expresar una ventaja indefinida, pero no valuada. Nadie lo dice con el intento ni persuasion de que pronuncia un enunciado geométrico; ni se picaria de desmentido porque otro le replicase que el tal sugeto es solo 90 veces, ó 115 veces mejor que el otro. Lo mismo dice para ambos esta enunciacion que aquella; y si hubiesen de votar, no vacilarian un momento por entretenerse en tan vana disputa.

Otra cosa es quando de dos sugetos afirmasemos hallar en el uno doble ó triple mérito que en el otro. Las relaciones sencillas las apreciamos algo mejor, aun en las cosas á que es mas dificil asignarles una. Pero aun quando esto sea así, tambien es muy cierto que estas relaciones quanto mas se alejan de los primeros términos, tanto mas se va perdiendo de exâctitud, y por consiguiente de verdad; especialmente en objetos que entran mas por la conciencia y por el sentimiento que por la razon.

Pero supongamos que fuese esto tan hacedero y practicable, que no hubiese en el mundo una cosa mas llana y facil de hacer. Sea en buenhora tan facil atinar que la razon geométrica del candidato A á B es la de 123 á 527, como acertar que tres y dos son cinco. Concedamos esto á algunos de los impugnadores del método del Instituto; y una vez que las relaciones se valuan tan exâcta y facilmente y por toda clase de electores ¿á qué fin limitar las calificaciones á los cien primeros números? Si la desigualdad que puede haber de unos á otros candidatos es indefinida, sealo tambien la escala de los números sin limitacion alguna. Cada elector se servirá con entera libertad de los que necesite y puedan servirle para expresar la razon de un candidato á otro. He aquí la otra correccion que se pretende hacer al método para hacerlo mas exâcto.

Sin necesidad de repetir lo que queda dicho sobre lo quimérico de esta valuacion (tanto mas imposible, vaga, é incierta, quanto mas anchos sean sus límites) no nos paremos ahora mas que á exâminar los inconvenientes de este modo de votar, y los abusos y absurdos á que infaliblemente daria lugar.

Empecemos primero por lo que sucederia á los electores justificados. Quando á estos se presentasen grandes desigualdades de mérito, y fuesen muchos los candidatos ¿qué errores involuntarios no cometerian en el escogimiento de números para expresar las relaciones entre todos los candidatos? ¿Cómo distinguirian en una série de relaciones numéricas, infinitamente próxîmas unas á otras, las que convenian al caso de su votacion? Y yo supongo aquí lo que no es justo ni verdadero suponer: que los electores sean regulares calculadores, y sepan valuar un quebrado y compararle con otro. Vamos, una votacion así seria un guirigay de que se avergüenza uno de hacer mencion, tratandose del asunto mas sério, y de tamañas conseqüencias.

Esto sucederia con los electores justificados. Pero si hay *uno* siquiera que no sea muy de fiar (¿y en qué comunidad ó junta de electores no hay uno?) ese será quien haga solo la eleccion. No necesita siquiera intrigar con otros á que le ayuden. En poniendo á su candidato favorito una calificacion exôrbitante (bastánte campo tiene en que escogerla) ya le tiene asegurada una cantidad de opinion mayor que la suma de calificaciones obtenida por los otros. Y es tanto mas seguro el proyecto, quanto él tenga mas interes, ó sea mas osado, y los otros mas comedidos y justificados. Se ve pues que el dexar libre é indefinida la escala de las calificaciones para elegir, seria lo mas inmoral que puede proponerse, quedando así las elecciones entregadas al capricho de un hombre solo; sin que la intriga ni el soborno, ni las demas pasiones tengan nada que hacer, porque todo lo dexa hecho el método de elegir, poniendo la balanza en las manos y arbitrio de un solo elector. Y si hubiese dos que se disputasen el imperio de esta balanza ¿qué espectáculo presentarian las elecciones? Convengamos en que los métodos actuales de elegir por pluralidad de votos absolutos de una sola calificacion, tan defectuosos como son, distan mucho de ser tan injustos y perjudiciales como seria el arbitrio que se propone para mejorar ó perfeccionar el método del Instituto. Se estableceria la arbitrariedad por el mismo medio que la legislacion en todos los pueblos inventó para desterrarla.

Las elecciones son en la sociedad una institucion para impedir que la opinion individual prevalezca sobre la opinion y voluntad general: luego el método de conocer esta en una eleccion supone esencialmente restricciones en el modo de enunciar aquella. El mejor método, el único bueno, será el que coloque estas restricciones donde las exîge la naturaleza misma de la eleccion: esto es, el que ciña la votacion á la única enunciacion que puede hacerse con entera exâctitud lógica; que es

la de ordenar puramente los candidatos, formando de ellos una série desde el mejor hasta el infimo. Esto sabe hacerlo qualquiera hombre rudo. Ningun elector puede ni debe hacer mas. Así la opinion y calificacion de un elector, justa ó injusta, no es mas que la de uno.

Por el contrario, si para elegir entre sugetos á quienes se reconoce mérito desigual, fuese menester tambien entrar á determinar la razon en que está uno á otro (lo que jamas ha sido necesario) los errores y abusos desta valuacion, por lo mismo que ella es una quimera, pedirian una restriccion en los números, para hacerla siquiera menos absurda, que siempre lo seria bastante. Todo elector es libre para designar qual es el candidato que prefiere á los demas; qual le sigue á este; quien va despues de él, &c. Pero si este signo de preferencia, que solo pronuncia desigualdad, llevase tambien consigo el tamaño della, y no hubiese en esto coto ni restriccion contra la malicia, la opinion individual prevaleceria sobre la general: un solo elector injusto frustraria todo el fin de la votacion. En semejante caso, al sumar los números con que se expresó la razon de un candidato á otro, se hallaria que uno de infimo mérito excedia, por exemplo, en mil unidades á otro qualquiera; pero no se sabria discernir si este exceso se lo ha dado la opinion de un hombre solo.

La suposicion, pues, de que para elegir sea menester expresar con números la razon en que está el mérito de un candidato á otro, por lo mismo que exîge una valuacion tan quimerica y vaga en su determinacion, pide alguna restriccion en los signos, para hacerla menos arbitraria é injusta. Sin esta circunstancia, derivada de un principio de justicia, y de la naturaleza misma de la eleccion, la opinion de uno podria por sí sola hacer tanto y á veces mas que la opinion de todos los demas.

Si tiene alguna fuerza todo lo dicho en esta primera parte, resumiendolo por conclusion de ella, sacamos en limpio; que el modo de elegir del Instituto Nacional, de que trata mi Memoria, inexâcto como le han supuesto algunos, lo seria incomparablemente menos, y tambien menos injusto y erróneo que con las dos especies de correcciones, con que se ha imaginado que se podria mejorar y acercarse á la exâctitud, esto es, á la justicia. Lo mismo debe decirse de qualesquiera otras correcciones que vayan por este rumbo.

El método pues de elecciones del Instituto Nacional seria tan frivolo y susceptible de impugnacion, como incapaz de correcciones ni mejoras, siempre que se suponga que los números de la progresion natural con que se vota, significan la razon de mérito de un candidato á otro, y que de este principio se ha derivado su invencion. ¿Quál, pues, es el fundamento deste método? Esto es lo que qualquiera debió conocer por las fórmulas analiticas de mi Memoria, y lo que voy en seguida á demostrar con ellas mismas.

II.

Hice ver en la Memoria que *solo quando hay dos candidatos*, se verifica que la pluralidad absoluta de votos es indicio cierto y seguro de la mayoria de la opinion, sea el que fuere el número de electores. Veanse los párrafos XLII, XLIII, XLIV, y XLV de la Memoria, en los que está demostrada analiticamente esta verdad.

Igualmente se demostró (desde el párrafo LVIII hasta el LXVI) que en pasando de dos los candidatos, la pluralidad absoluta de votos puede estar junta con la inferioridad de opinion, y que esto depende de una relacion constante que debe haber entre el número de candidatos y el de electores, re-

quiriendose distinta pluralidad en cada caso. Y como en la práctica de las elecciones ordinarias nunca se atiende á esta circunstancia, se infiere que tales elecciones á pluralidad absoluta de votos no colocan siempre la eleccion en el que tendria la mayoría verdadera de opinion, si esta se hubiera valuado y enunciado como conviene: es decir, no es el electo á quien la opinion general de los electores habria designado.

Es pues la eleccion binaria á *pluralidad absoluta de votos* la única exâcta en todos los casos posibles, é independiente del número de electores. No hay quien pueda rehusar el mirarla como *typo* y norma de toda eleccion justa.

Por tanto, sino hubiese mas elecciones que las binarias, seria excusado buscar otro método de elegir que pueda competir en exâctitud con la que tiene la pluralidad de votos absoluta en este caso.

Pero el hacer que sean binarias todas las elecciones, es cosa que está en nuestra mano. Porque sea el que fuere el número de candidatos, se les puede combinar de dos en dos, y hacer tantos escrutinios separados, como combinaciones admite aquel número de candidatos. Por exemplo con tres candidatos A, B, C, se harian las tres elecciones binarias siguientes,

Elecciones entre... { A y B; A y C; B y C }

Y sumando despues los votos obtenidos por cada candidato en las votaciones particulares en que ha entrado, la mayor suma decidiria la eleccion con el propio rigor que lo hace esa misma pluralidad en toda la eleccion binaria.

Es cierto, sin embargo, que este arbitrio (aunque conduzca á la exâctitud deseada) ofrece un inconveniente y embara-

zo de mucha consideracion, para esperar que se adoptase. Porque quando fuese algo grande el número de candidatos, creceria rapidamente el de las combinaciones y elecciones binarias que habria que verificar. De modo que en siendo diez los candidatos, habria que hacer 45 escrutinios binarios; y dando á cada uno diez minutos de tiempo, la eleccion duraria $7\frac{1}{2}$ horas. No hay que esperar que se busque la mayor exâctitud á tanta costa.

Esto supuesto, se presenta aquí naturalmente una qüestion, cuya solucion no es una cosa indiferente para el acierto de las elecciones. ¿" Habria algun método de votar, que con sola una „ operacion de escrutinio, diese para todos los candidatos los „ mismos resultados de votos (y de consiguiente de opinion) „ que se hubieran obtenido por medio de las elecciones bina- „ rias hechas por menor?" Digo que este método exîste. "¿Y „ este método es el adoptado por el Instituto Nacional de Fran- „ cia?" Lo es.

He aquí todo el asunto reducido á una qüestion puramente de cálculo, en la que no entran para nada las consideraciones metafisicas y vagas de la razon de mérito de un candidato á otro, tan imposibles de apreciar como arbitrarias é inciertas en el modo de enunciarlas.

Como las fórmulas de que me he de servir para resolver esta qüestion, estan dadas en la Memoria, no haré sino tomarlas de allí, y aplicarlas al intento del problema que ahora tratamos. Recordaré solamente los elementos del cálculo representados por cada letra, para servirme tambien aquí de los mismos signos que en la Memoria *.

* A los que no han leido la Memoria (núm. LXXXIV y LXXXV) conviene enterar del modo de votar que se trata en ella; y consiste en que cada elector entregue una lista en que haya puesto los nombres de los candidatos por el órden de mérito; y cada nombre tenga al lado el número

Sea c el número de los candidatos, y el de los electores e. La votacion por el método del Instituto se hace con la progresion de los números naturales, de tantos términos como candidatos hay; esto es 1. 2. 3. 4. . . c. De consiguiente la calificacion superior ó mas fuerte es c, y la llamo *primera calificacion*. La que sigue á esta es $c - 1$, y la llamo *segunda calificacion*. La *tercera* es $c - 2$, y por este órden las demas; y á la última (que siempre es 1) la llamo *infima*.

Para hallar pues la suma de opinion obtenida por qualquier candidato en el método del Instituto, no hay sino sumar los números de *primera* calificacion con los de *segunda*, *tercera*, &c. que le hayan asignado los electores; porque de todos esos números se forma la cantidad de opinion que le han distribuido los electores. Esto supuesto, busquemos la fórmula que expresa la opinion obtenida por un candidato qualquiera en toda votacion de esta especie. Lo hallo hecho en la Memoria, y así paso á copiar los §§. CXVIII, CXIX, y CXX de ella.

" Sean m, n, h &c. el número, respectivamente, de votos de ,, 1.ª, 2.ª, 3.ª &c. calificacion, de que se ha formado la suma ,, de opinion de un candidato A, y cuya suma llamaremos s. ,, Multiplicando cada factor por su respectiva calificacion, se ,, tendrá la votacion siguiente

,, $c\,m + n\,(c - 1) + h\,(c - 2) \ldots \&c. + e - m - n - h = s.$

" Sean tambien p, q, r &c. el número de votos respectivamente de 1.ª, 2.ª, 3.ª &c. calificacion, de que se ha formado la ,, suma de opinion de otro candidato B, cuya suma sea inferior á la de A en cierta cantidad ó diferencia que llamare-

que expresa el lugar, empezando por dar la unidad al infimo. Juntando estas listas, la suma de los números que cada candidato tenia en ellas, comparada á las de los otros, decide la eleccion. En la votacion secreta, cortando los nombres de cada lista, y puestos en la urna, se procede al escrutinio de ellos.

„ mos *d.* Multiplicando cada factor por su respectiva califica-
„ cion, se tendrá la votacion y suma de opinion de B, que será

$$„ p\,c + q\,(c-1) + r\,(c-2) \ldots \&c. + e - p - q - r = s - d.$$

"Haciendo las reducciones convenientes en ambas equacio-
„ nes, tomarán estotra forma

$$„ (A) \ldots m\,(c-1) + n\,(c-2) + h\,(c-3) + \&c. = s - e.$$

$$„ (B) \ldots p\,(c-1) + q\,(c-2) + r\,(c-3) + \&c. = s - e - d.$$

En la Memoria deduximos estas dos equaciones; porque era preciso comparar dos, para resolver por su cotejo la qüestion sobre las *deserciones*. Ahora que no tratamos de eso, sino solo de saber *quál es* (en el método del Instituto) *la série que expresa la suma de opinion obtenida por un candidato*, basta fixarnos en qualquiera de estas dos equaciones, para conocer que esta série que buscamos es la que se halla en el primer miembro de cada equacion. Así que la expresion general que representa la suma de opinion obtenida por un candidato es la série

$$m\,(c-1) + n\,(c-2) + h\,(c-3)\,\&c. + g\,(c-c)$$

Ahora bien, si en esta expresion analitica supusiesemos que hasta ahora un solo elector haya enunciado su opinion; los factores m, n, h, g, siendo, cada uno, iguales á la unidad, dexarán la fórmula reducida á los términos con que *cada elector de por sí* enuncia su particular opinion. Y será simplemente

$$c-1,\ c-2,\ c-3,\ c-4,\ \ldots\ c-c.$$

cuya suma es $\frac{c\,(c-1)}{2}$.

Qualquiera debe conocer que esta série es la misma que expresa *el número de las combinaciones binarias que pueden hacerse con un número c de candidatos*, ó de otras cosas qualesquiera. Cada elector en particular, al enunciar su opinion por el método del Instituto, asigna un término desta série á cada candidato. Quando esta asignacion es hecha por órden de mérito, el término asignado corresponde y es en realidad *el número de veces que le hubiera preferido en las votaciones binarias en que*

hubiese entrado aquel candidato. Luego cada elector de por sí enuncia el resultado de todas las elecciones binarias que él hubiera hecho con aquel número de candidatos.

Hagamos esto mas sensible con un exemplo. Sean *cinco* candidatos, con cuyo número pueden hacerse *diez* elecciones binarias. Supongamos que un solo elector haya enunciado su opinion, y que lo haya hecho como se figura en este exemplo *, y veamos lo que pasa al votar por el método del Instituto. Siendo en este caso $c = 5$, la série anterior..... $c - 1, c - 2, c - 3 \dots c - c$, que sirve para votar, será en nuestro caso $4 + 3 + 2 + 1 + 0 = 10$. Asignando el elector cada término de la série á un candidato (por el órden de mérito que les considere) digo que el término asignado representa el número de veces que le hubiera preferido en elecciones binarias sucesivas. Porque cada candidato entra en tantas votaciones binarias, *como candidatos hay, menos uno.* Si hay cinco candidatos, cada uno de ellos entra en quatro comparaciones binarias, porque son quatro los sugetos á quienes tiene que compararse. Por eso la mas alta calificacion ó el primer término de la série es $c - 1$, que en nuestro caso es 4. Juzgar el elector que A es superior á todos sus concurrentes, es lo mismo que haberle preferido en todas quatro votaciones en que A fué comparado á los demás; las quales son AB, AC, AD, AE. Por eso le ha asignado el primer término de la série, $c - 1 = 4$.

*
A. 4
B. 3
C. 2
D. 1
E. 0

Del mismo modo, quando el elector opina que despues de A, sigue en mérito el candidato B, con asignarle el segundo término de la série $c - 2$, (que en nuestro caso es un 3) expresa haberle dado la preferencia en tres elecciones binarias de las quatro en que B ha entrado á comparacion. Y que habiendole hallado inferior á A en la eleccion binaria AB, le halló superior á los tres restantes en las elecciones BC, BD, BE.

Asímismo quando el elector asigna á C el tercer término

de la série $c - 3 = 2$, expresa el resultado de las quatro elecciones binarias en que comparó á este candidato con los demás; y que habiendole hallado inferior á A y B en las dos primeras votaciones AC, BC; le dió el voto preferente en las dos restantes CD, CE.

Quando el elector asigna á D el número 1, pronuncia tambien el resultado de las quatro elecciones binarias en que entró D. Le halló inferior en las tres AD, BD, CD; y solo le halló preferente á E en la votacion binaria DE.

Ultimamente, quando llega al candidato que juzga por infimo, y quiere el elector expresar el número de veces que ha votado por E en las quatro elecciones binarias en que entró á comparacion; ha debído designarlo con el último término de la série $c - c$, que es cero: porque efectivamente no le ha merecido en ninguna de las quatro comparaciones el voto preferente. Por esto la infima calificacion es cero.

Resulta pues de aquí, que si se hace una eleccion por el órden de mérito, con la progresion de los números naturales, *empezada desde cero*, y de tantos términos quantos sean los candidatos; hay una absoluta identidad entre este modo de votar ó de elegir, y el de la eleccion binaria repetida tantas veces como combinaciones admite el número de candidatos. Y de consiguiente que exîste un método de elegir, que con sola una operacion de escrutinio, da para cada candidato el mismo resultado de votos que le daria la eleccion binaria repetida. Tambien será cierto, que este método gozará de la misma exâctitud y rigor que la eleccion binaria, que se toma por norma de toda eleccion justa. Porque el tal método no es otra cosa que una eleccion binaria repetida; y el mérito de su invencion es haber ahorrado esa repeticion.

Una vez que el método exîste, veremos luego tambien que es indiferente para el intento de una eleccion, que la progre-

sion empiece por cero, ó por la unidad, como lo hace el Instituto. Pero por decontado creo que ninguno de los que han visto este modo de elegir, insistirá ya en que los números 4, 3, 2, 1, 0, con que el elector califica á los candidatos, tienen por objeto expresar que A es á B, como 4 á 3; ni que A es á E, como 4 á cero. Esto seria derivar la justicia de una eleccion, y el método de hacerla de un principio quimérico, sujeto á mil errores é inconvenientes, que expusimos en la primera parte de este escrito.

Continuando ahora nuestra indagacion observaremos, que si despues que el primer elector ha pronunciado su opinion acerca de todos los cinco candidatos del exemplo anterior, viene otro elector á pronunciar la suya *solo respecto á A*, ** y que no juzgandole por el mejor, le asignase el número 3; si viene otro elector, y prosigue en rebaxarle la opinion, y le asigna un 2; si otro le asigna un uno; y otro en fin un cero; habra ya variado quanto puede variar la opinion respecto de A. Porque executadas las diez elecciones binarias que pudieran hacerse con los 5 candidatos del exemplo (las quales serian AB, AC, AD, AE; BC, BD, BE; CD, CE; DE.) y entrando cada candidato en quatro de ellas; se vé ser imposible que el sexto elector que venga, dexe de darle á A el voto preferente en todas quatro, ó solo en tres, ó en dos, ó en una, ó en ninguna. Y eso es cabalmente lo que significan las cinco calificaciones con que se vota en nuestro caso, á saber, 4, 3, 2, 1, 0, que corresponden á los cinco términos de la série $c-1$, $c-2$, $c-3$, $c-4$, $c-c$; siendo $c=5$.

Ahora bien, si llamasemos m el número de electores conformes con el primero; n el de los conformes con el segundo; h el de los conformes con el tercero; g el de los conformes con el quarto; el de los conformes con el quinto será $e-m-n-h-g$. Y multiplicando cada factor por su respectiva califica-

cion, se tendria por expresion general de la suma de opinion de un candidato qualquiera A, la siguiente série de cinco términos

$$m(c-1)+n(c-2)+h(c-3)+g(c-4)+0.$$

Para otro candidato B, llamando $p, q, r, t, e-p-q-r-t$, al número de votos respectivamente conformes con la 1.ª 2.ª 3.ª 4.ª y 5.ª calificacion (en que puede variar tambien la opinion acerca de B) se tendria otra série semejante

$$p(c-1)+q(c-2)+r(c-3)+t(c-4)+0.$$

Se ve 1.º que esta série es la de las combinaciones binarias, multiplicado cada término por el número de veces que se halla dicho término repetido en un mismo candidato: y que estas son las mismas dos séries (A) y (B) que arriba hemos copiado de la Memoria, al empezar á resolver esta qüestion. Lo que comprueba que por qualquiera de los dos caminos obtiene el análisis el mismo resultado.

2.º Que el último término, ó quinto, de estas dos séries es cero, y que el factor $e-m-n-h-g$, ó bien el otro $e-p-q-r-t$, que se ha de multiplicar por la infima calificacion (la qual es cero) desaparecerá de la suma de votos. Pues el elector ó electores que en las elecciones binarias nunca votasen ó prefiriesen á un candidato A, por hallarle inferior á todos sus concurrentes con quienes se ha comparado; ningun voto añaden ni quitan á la suma de los que ese candidato tenga de parte de los demas electores; y estos serán los que formen la cantidad de su opinion.

Si la infima calificacion, en lugar de cero, empezase por la unidad (como lo hace el Instituto, y suponiamos en los cálculos de la Memoria) el factor último $e-m-n-h-g$, apareceria en la fórmula, como efectivamente aparece en las séries copiadas de la Memoria, calculadas baxo ese supuesto. Pero ese factor no haria mas que aumentar las sumas de cada can-



didato en una cantidad constante é invariable (igual al número de electores) que nunca puede alterar las diferencias de opinion de un candidato á otro. Esto se hará ahora mas palpable con aplicarlo á un exemplo, que nos haga ver á qué se reduce la diferencia de votar con una ú otra progresion.

Lo primero que vamos á verificar en un exemplo es, si votando con las calificaciones o, 1, 2, 3, 4, &c. se obtiene el mismo resultado de votos para cada candidato, que se obtendria por elecciones binarias repetidas, como dexamos demostrado arriba. Nos ceñiremos á un corto número de candidatos, para que el crecido número de votaciones binarias que habria que hacer, si fuesen muchos, no perjudique á la claridad de lo principal que queremos comprobar.

Supongase una eleccion hecha entre 3 candidatos, y por 9 electores; los quales, empezando por cero la progresion, califiquen por órden de mérito á los candidatos con las cifras o, 1, 2. Supongamos tambien que despues de pronunciar todos su opinion, haya salido una votacion, tal qual la ofrece figurada el siguiente exemplo

A. 1, 1, 2, 1, o, o, o, o, o. = 5
B. o, o, 1, 2, 1, 1, 1, 1, 1. = 8
C. 2, 2, o, o, 2, 2, 2, 2, 2. = 14

La eleccion estará por C, que tiene la mayor suma 14.

Trátese de repetir esa eleccion por medio de las tres votaciones binarias que admite ese número de candidatos (las quales son AB, AC, BC) y baxo el supuesto de que en el intervalo no ha variado la opinion de los electores. Para ver lo que debe suceder en la primera votacion entre A y B, repárese, (comparando las calificaciones correspondientes de las dos primeras filas horizontales) que hay 3 electores que han preferido

A á B, y que los 6 restantes han preferido B á A. Tendremos pues

1.ª Eleccion entre A y B { 3 votos por A / 6 votos por B }

Comparando asimismo (para la segunda votacion binaria AC las calificaciones correspondientes de la primera y tercera fila) se verá que hay 2 electores que prefieren A á C, y que los 7 restantes prefieren C á A. Y se tendrá. . .

2.ª Eleccion entre A y C { 2 votos por A / 7 votos por C }

Ultimamente comparando la 2.ª y 3.ª fila de calificaciones para la votacion entre B y C, se hallará que 2 electores prefirieron B á C, y los 7 restantes prefirieron C á B. Por lo qual será la

3.ª Eleccion entre B y C { 2 votos por B / 7 votos por C }

Sumense ahora los votos que cada candidato ha obtenido en las tres elecciones binarias, y las sumas serán

Votos de A = 5
Votos de B = 8
Votos de C = 14

que son las mismas obtenidas antes por una sola operacion de escrutinio. Con que eligiendo por órden de mérito al estilo del Instituto, y empleando la progresion 0, 1, 2, 3, &c. las sumas de las calificaciones de cada candidato son de todo punto las mismas que las de los votos que habrian obtenido en las elec-

ciones binarias que pudieran hacerse con el número de candidatos.

Lo segundo que queremos hacer ver tambien con el exemplo, es que si en lugar de empezar por cero la progresion, empezase por la unidad (como acostumbra el Instituto) las sumas saldrán aumentadas, por sola la razon de que se emplea una escala de números mas altos, en una unidad, que los anteriores. Pero este aumento (cuya cantidad *es siempre igual al número de electores, multiplicado por el ínfimo término de la escala*, que en nuestro caso es 1) será igual para todas las sumas; y de consiguiente el exceso ó diferencia de unas á otras subsiste el mismo, y es invariable. Para comprobarlo basta, en el exemplo anterior, sostituir los números 1, 2, 3, en lugar de 0, 1, 2; ó lo que es lo mismo, aumentar una unidad á todas las calificaciones. El dicho exemplo se convertiria en este otro

A. 2, 2, 3, 2, 1, 1, 1, 1, 1. = 14
B. 1, 1, 2, 3, 2, 2, 2, 2, 2. = 17
C. 3, 3, 1, 1, 3, 3, 3, 3, 3. = 23

Se ve que las tres sumas 14, 17, 23, están cada una aumentadas del número 9, que es el de los electores; y esto por la sola razon de que ahora han puesto 1 á quien antes ponian cero; han puesto 2 á quien antes ponian 1; y han puesto 3 á quien ponian antes 2. Por eso cada candidato saca tantas unidades mas, quantos electores hay. Y como este aumento es el mismo para todos, las diferencias ó excesos de sus sumas no han podido alterarse; pues las mismas diferencias hay entre los números 5, 8, 14 (que se tenian por la primera operacion, que empezaba desde cero) que entre 14, 17, 23. El exceso (que dá á conocer en quien ha recaido la eleccion) es siempre el mismo que el exceso de votos absolutos que hubiera obtenido el candidato en elecciones binarias repetidas.

Es pues una verdad analiticamente demostrada, que exîste un método de elegir ó de votar, el qual reduce todas las elecciones posibles al caso sencillo de la eleccion binaria, y dá los mismos resultados que ella daria, con sola una operacion de escrutinio. Y que la eleccion hecha así entre un número qualquiera de candidatos, tiene el mismo rigor y sencillez que la que se hace entre dos solos, la qual puede mirarse como typo de la eleccion mas exâcta: sin que para ello sea necesario valuar con números la razon aritmética ni geométrica en que está el mérito de un candidato á otro, ni hacer entrar consideraciones metafisicas y vagas, imposibles de apreciar. Y en fin, que esto se consigue, empleando la progresion de los números naturales, empezada desde cero, ó desde la unidad; una vez que el resultado de ambas dá igualmente á conocer lo mismo que conoceriamos por la eleccion binaria para decidir la eleccion.

Supuesto, pues, lo indiferente que es para una eleccion el uso de una ú otra progresion, yo veo mucha mas comodidad (y qualquiera la verá) en servirse de los números naturales 1, 2, 3 &c. porque este es el órden con que contamos y ordenamos todas las cosas, y es mas expedito para toda clase de electores. Ya se sabe qual es el aumento que reciben las sumas, igual para todas, que es el número de electores. Pero si se quisiese luego saber quantos votos absolutos hubiera obtenido cada candidato en elecciones binarias repetidas, no hay mas que restar de cada suma el número de electores. Y así en nuestro último exemplo, haciendo las restas

$$14 - 9 = 5$$
$$17 - 9 = 8$$
$$23 - 9 = 14$$

vendrán las mismas sumas de votos que se obtuvieron antes por

medio de elecciones binarias, y por la progresion o, 1, 2, que es todo uno.

Pero como lo que importa para la eleccion es conocer á punto fixo el exceso de votos con que hubiera vencido un candidato á los demas en elecciones binarias, no hay para que proceder á mas, porque este exceso está siempre á la vista, y es inalterable. Lo seria tambien aunque se empleasen otros números qualesquiera que estuviesen en progresion aritmética; porque la ley de progresion es quien mantiene constantes estas diferencias, que son las que necesita la eleccion. Ademas desto, la circunstancia de la progresion de los números naturales hace tambien mas cómodo el cálculo para las fórmulas, y para la mas sencilla solucion de las qüestiones: que es otra razon mas para emplear dicha progresion con preferencia á otras.

He hecho pues ver, que el método de elegir, usado por el Instituto Nacional de Francia (de que trata mi Memoria) dexa reducidas todas las elecciones al caso de la eleccion binaria: que hay una identidad absoluta entre este método, y el de elegir por medio de todas las elecciones binarias que admite el uúmero de candidatos. Y como la eleccion entre dos candidatos á pluralidad absoluta de votos sea, por su sencillez, el typo de toda eleccion justa; el impugnar el método del Instituto valdrá tanto como afirmar que la eleccion binaria á mayoria absoluta de votos es injusta ó inexâcta.

Ultimamente he manifestado que este modo de elegir tiene por base un principio que no está sujeto á contestaciones, ni depende de consideraciones metafisicas. Que las fórmulas tomadas de la Memoria, están indicando claramente quál es este principio; porque ellas presentan siempre la suma de opinion de un candidato por medio de una série que es la de las combinaciones binarias. Que calificar ó graduar puramente por órden de mérito á los candidatos, es enunciar en un solo acto de

escrutinio el resultado de todas las elecciones binarias. Y en fin, que el sentido geométrico de las calificaciones es representar por ellas el número de veces que aquel elector hubiera preferido á aquel candidato en todas las elecciones binarias á que pudiera ser sometido.

Es cierto que á estas calificaciones he llamado en la Memoria *grados de opinion*, *valores de opinion*, porque realmente lo son. Para graduar y valuar la opinion ¿qué mejor medida puede tomarse que las sumas mismas de votos que un candidato obtendria en todas las elecciones binarias? Y como el método equivale á esto, los números empleados para calificar podrán con toda verdad tomarse por valores y grados de opinion, pues la suma dellos es la cantidad de esta. Tambien le he llamado en la Memoria *método de compensacion*, porque la obran realmente las diferentes calificaciones por donde va variando la opinion. A estas expresiones ningun geómetra ha debido dar un sentido vulgar, para hacer consistir en voces un método que es geométrico. Yo he creido, y creo aun, que el lenguage empleado en la Memoria es el mas claro que podia y debia usar para hacerme entender de toda clase de lectores, que puedan hallarse en el caso de elegir. Pero si otros quisiesen dar otros nombres á esos números que sirven para votar, y á sus sumas, hagalo en buenhora, si los halla mas claros, y sino se sirve de los nombres para impugnar el método. Y de todos modos convenga, en que quando un método (aunque fundado y deducido de teorías exâctas) está ya reducido á una operacion práctica, y á reglas de puro mecanismo; lo que mas importa es presentarlo (como creo haberlo hecho en la Memoria) baxo el aspecto que mas pueda hacerle accesible á la inteligencia de todos los que lo han de usar, si por otra parte en nada se perjudica á la verdad y exâctitud de los resultados.